3 变换

3.1 线性变换

3.1.1 定义

先研究一下数学函数t(v)，此函数的输入和输出都是3D向量。我们称t为线性变换，当且仅当具有下列性质：

t(u+v) = t(u) + t(v)

t(ku) = kt(u)

3.1.2 矩阵表示法

t(u) = xt(i) + yt(j) + zt(k) = uA

=[x,y,z]

我们称矩阵A是线性变换t的矩阵表示法。

3.1.3 缩放

**缩放矩阵**

S =

3.1.4 旋转

(旋转矩阵的推导过程)

旋转矩阵有个有趣的性质：每个行向量都为单位长度且两两正交。也就是说这些行向量都是规范正交的。若一个矩阵的行向量都是规范正交的，则称此矩阵为正交矩阵。正交矩阵有个引入注目的性质，即它的逆矩阵与转置矩阵是相等的。

**绕x轴的旋转矩阵**

Rx =

3.2 仿射变换

3.2.1 齐次坐标

仿射变换是由一个线性变换与一个平移变换组合而成的。对于向量而言，平移操作是没有意义的，因为向量只描述方向与大小，与位置无关，平移操作不应作用于向量。平移变换只能作用于点。齐次坐标所提供的表示机制，使我们可以方便地对点和向量进行统一处理。在采用齐次坐标表示法时，我们将坐标扩充为四元组，其中，第四个坐标w的取值将根据被描述对象是点还是向量而定。

(x,y,z,0)表示向量，(x,y,z,1)表示点。

w=1能使点被正确地平移，w=0可以防止向量坐标受到平移操作的影响。

3.2.2 仿射变换的定义及其矩阵表示

3.2.3 平移

平移矩阵

3.2.4 缩放和旋转的仿射矩阵

3.2.5 仿射变换矩阵的几何意义

[x,y,z,w]

3.3 变换的复合

vSRT = v’

由于矩阵乘法满足结合律，因而此式可以等价地写为：

v(SRT) = v’

还可以将C=SRT视为一个矩阵，如果对多个向量就行相同的变换可以提高性能。

3.4 坐标变换

在坐标变换的过程中，几何体本身并没有随之发生改变。坐标变换改变的仅是物体的参考系。点和向量的坐标变换是不同的。

3.4.1 向量的坐标变换

P = xu + yv + zw

其中u,v,w分别是指向标架A中x轴，y轴和z轴正方向上的单位向量。

3.4.2 点的坐标变换

P = xu + yv + zw + Q

其中Q为标架A中的原点。

3.4.3 坐标变换的矩阵表示

[x,y,z,w]

3.4.4 坐标变换矩阵及其结合律

3.4.5 坐标变换矩阵及其逆矩阵

3.5 变换矩阵与坐标变换矩阵

到目前为止，我们已经对“使几何体本身发生改变”的变换与坐标变换进行了区分。在本节中，我们将证明：从数学角度上看，两者在数学上其实等价的。

3.6 DirectXMath库提供的变换函数